

1. Given a positive integer N , for all integers in range between 1 and N (both inclusive), find number having maximal (among numbers in the range) quantity of divisors.

2. Given positive integers N and K ($K \geq 2$), for integers in range between 1 and N (both inclusive), but excluding multiples of K , find number having maximal (among the said numbers) quantity of divisors.

Results and conclusion. After introducing definitions “pair $(v, \tau(v))$ is non-dominated under constraints ... (where ... is replaced with some constraints) iff it satisfies the constraints and there is no satisfying the constraints pair $(w, \tau(w))$ where $w < v$ and $\tau(w) \geq \tau(v)$ ” and “ $S(N, j)$ is set of all pairs $(v, \tau(v))$, non-dominated under constraints $v \leq N$ and factorization of v contains non-zero degrees for $p_0 = 2, p_1 = 3, \dots, p_j$ ”, an inductive algorithm building $S(N, 0), S(N, 1), \dots$ is proposed and proved; theoretical and practical estimate for such j^* that $S(N, j^*) = S(N, j^*+1) = \dots = S(N, \infty)$ are proposed and proved. Algorithm finding high composite numbers using $S(N, 0), S(N, 1), \dots$ is implemented. Comparing this algorithm with same-goal algorithm from [6], new one found to be much faster to build all highly-composite numbers in range $1..N$, than algorithm from [6] to find maximal only.

Modification for task formulation 3 is based on introducing new series of sets $R(N, j, K)$ which are sets of all pairs $(v, \tau(v))$, non-dominated under constraints $v \leq N$ and factorization of v contains non-zero degrees for $p_0 = 2, p_1 = 3, \dots, p_j$, and (what differs $R(N, j, K)$ from $S(N, j)$) v can't become a multiple of K after multiplying with any product of any powers of p_{j+1}, p_{j+2}, \dots . Inductive algorithm building $S(N, 0), R(N, 0, K), S(N, 1), R(N, 1, K), \dots$ is proposed and proved; theoretical and practical estimate for finishing the process are proposed and proved. This algorithm solves problem in formulation 3, consuming amounts of time and memory, comparable to algorithm for formulation 1.

Keywords: quantity of divisors, highly composite numbers, non-dominated pairs, ordered dictionary data structure, map, lower_bound, upper_bound.

Одержано редакцією 18.10.2021 р.
Прийнято до публікації 08.12.2021 р.

УДК 519.248

DOI 10.31651/2076-5886-2021-1-49-57

PACS 07.05.Tr, 62.20.M-, 85.40.Qx,
61.43.Bn, 64.60.De

ПАСІЧНИЙ Микола Олександрович,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент, завідувач кафедри фізики,
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького
e-mail: pasichnyy@ukr.net
ORCID: 0000-0002-8434-1544

ТАТАРЧУК Євгеній Вікторович,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри фізики,
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького
e-mail: etatar@ukr.net
ORCID: 0000-0001-5885-2079

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗМІРНОГО ЕФЕКТУ У ПРОЦЕСІ ВІДМОВ МІКРОЕЛЕКТРОННИХ ПРИСТРОЇВ НА ОСНОВІ ПІДХОДУ ФОРМУВАННЯ ПЕРКОЛЯЦІЙНОГО КЛАСТЕРА

Створено комп'ютерну модель та досліджено процес відмов на основі підходу перколяційного кластера. Встановлено показникові залежності середнього часу до відмови, стандартного відхилення та коефіцієнта асиметрії розподілів часів до відмов від розміру системи.

Ключові слова: розмірний ефект, час до відмови, перколяційний кластер.

Вступ

Компонентна база сучасної мікроелектронної промисловості, основою функціонування якої є використання інтегральних мікросхем на базі напівпровідникових кристалів (чипів), стрімко удосконалюється і ускладнюється [1]. Розвиток сучасних електронних пристроїв спрямований на мініатюризацію і зменшення лінійних розмірів елементної бази мікроелектронних компонентів. У процесі експлуатації відбувається деградація складових компонент і в певний момент часу це призводить до виходу пристрою з ладу [2]. Поширеними причинами відмов у роботі мікроелектронних пристроїв є вихід з ладу елементів у місцях електричного з'єднання провідників внаслідок утворення тріщини або пор [3] за рахунок термоміграції, електроміграції, термонапруг та інших явищ [4, 5]. Зменшення розмірів електронних компонент призводить до зростання густини струму через окремі елементи і інтенсифікацію процесів деградації електричного контакту [6]. Разом з цим вимоги щодо надійності експлуатації електронних пристроїв також зростають. З огляду на концепцію мініатюризації елементної бази сучасних електронних пристроїв розуміння загальної поведінки характеристик процесу відмов електронних систем при зменшенні їх розміру є актуальним і важливим з прикладної точки зору.

Метою статті є розробка комп'ютерної моделі і статистичне дослідження поведінки основних характеристик процесу відмов у залежності від розміру системи.

Для дослідження розмірного ефекту здійснено серію комп'ютерних експериментів процесу відмови модельної системи і проведено статистичний аналіз розподілів часів до відмов для встановлення характерних залежностей основних характеристик розподілів для модельних систем різного розміру.

Виклад основного матеріалу

1. Основні положення моделі та методика експерименту

В основу комп'ютерної моделі покладено аналіз можливості проходження електричного струму через двовимірну систему розмірами $N * N$ вузлів у формі квадратної решітки. Основні положення моделі:

- Кожен вузол має 4 найближчих сусідів.
- У початковому стані всі вузли системи заповнені елементами.
- Струм може протікати лише при наявності елементів у двох сусідніх вузлах.
- На кожній ітерації видаляємо елемент з випадково обраного вузла системи.
- Часом відмови вважатимемо відношення кількості ітерації до загальної кількості вузлів системи, коли зникає провідний кластер між лівою і правою границями модельної системи.

На основі описаної моделі проводилася серія комп'ютерних експериментів і за результатами формувався розподіл часів до відмов для модельної системи певного розміру $N * N$ вузлів.

Розглянута модель еквівалентна задачі перколяції вузлів. Утворення перколяційного кластера вузлів видалених елементів модельної системи відповідатиме часу до відмови.

Для комп'ютерної реалізації моделі процесу відмов було використано середовище програмування Embarcadero Delphi 10.4 з ліцензією Community Edition.

2. Результати комп'ютерного моделювання і їх аналіз

На рисунках 1-8 представлені результати проведення серії комп'ютерних експериментів у вигляді розподілів часів до відмов для модельних систем різного

розміру. Для кожного розміру модельної системи було виконано 100000 модельних випробувань. Для аналізу розподілів часів до відмов було використано такі основні характеристики:

- математичне сподівання або середнє значення;
- середнє квадратичне відхилення або Стандартне відхилення – характеризує відхилення значень розподілу від середнього значення;
- коефіцієнт асиметрії (Skewness) – характеризує ступінь асиметрії розподілу відносно середнього значення. Додатне значення коефіцієнта асиметрії вказує на розподіл довша частина якого знаходиться праворуч від середнього значення і навпаки;
- коефіцієнт ексцесу (Kurtosis) — характеризує відносну гостроту розподілу відносно нормального розподілу. Додатний ексцес характеризує відносно гострий розподіл.

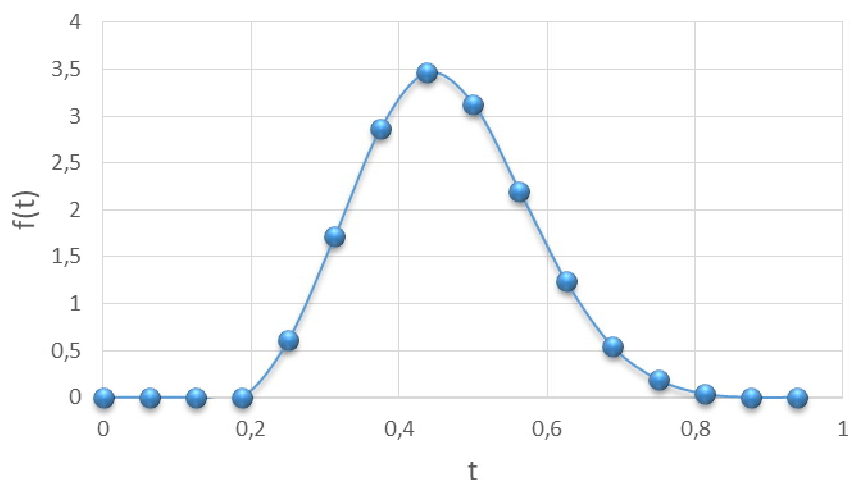


Рис. 1. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 4 * 4$ вузлів.

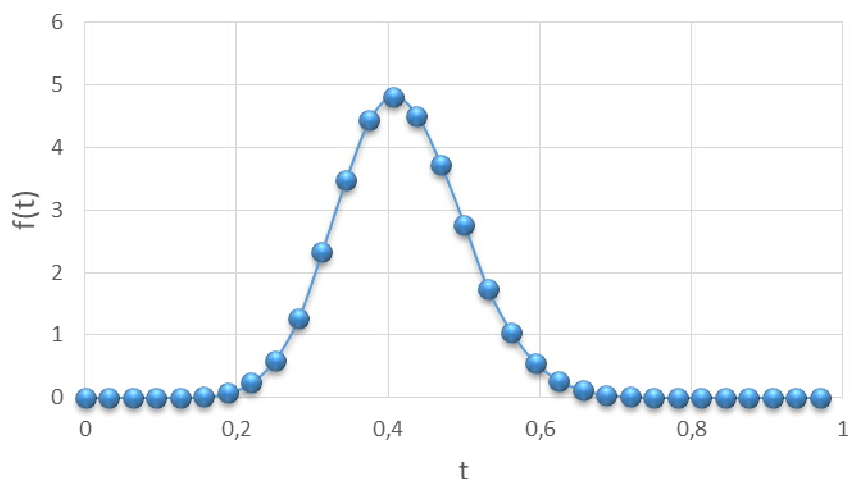


Рис. 2. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 8 * 8$ вузлів.

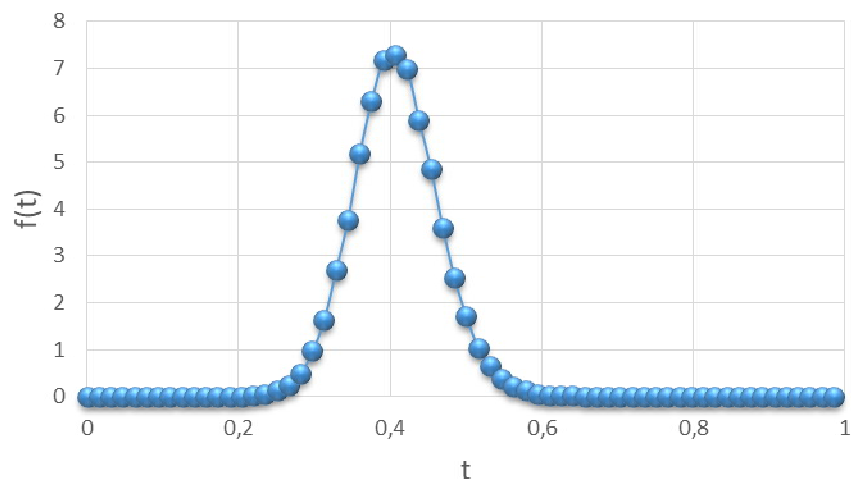


Рис. 3. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 16 * 16$ вузлів.

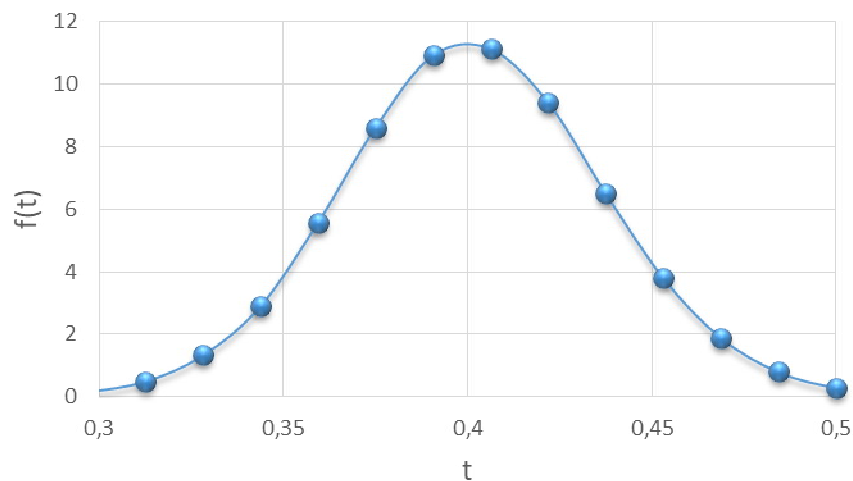


Рис. 4. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 32 * 32$ вузлів.

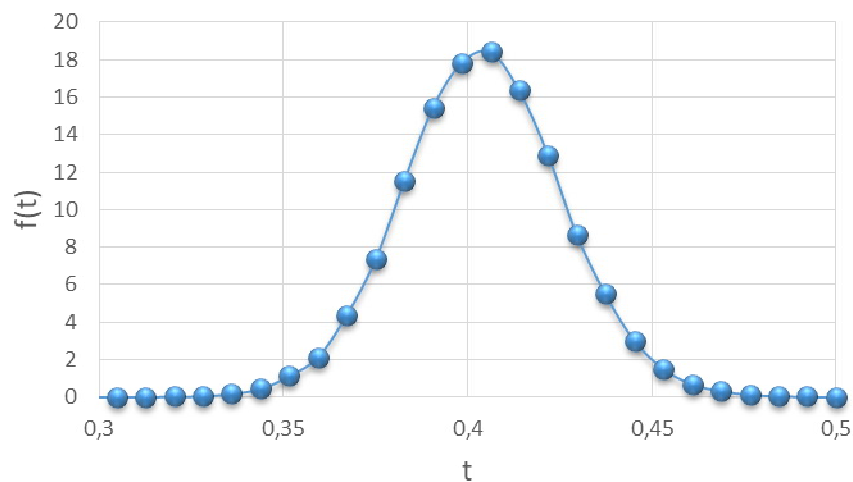


Рис. 5. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 64 * 64$ вузлів.

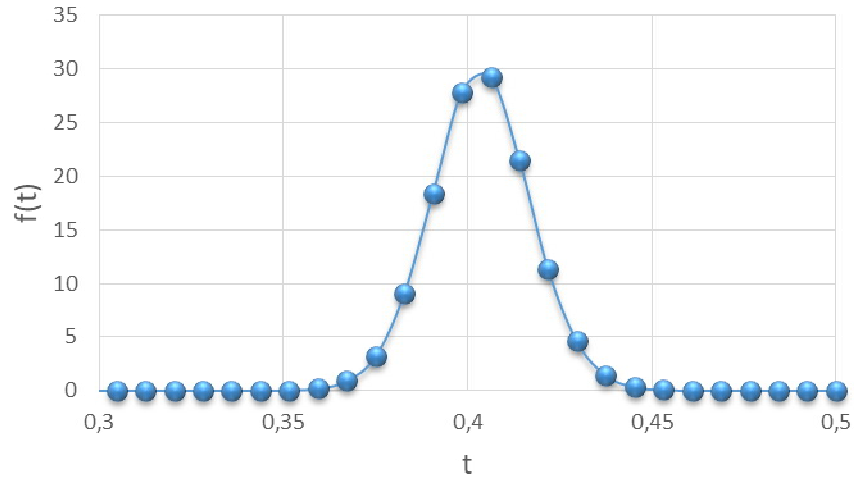


Рис. 6. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 128 * 128$ вузлів.

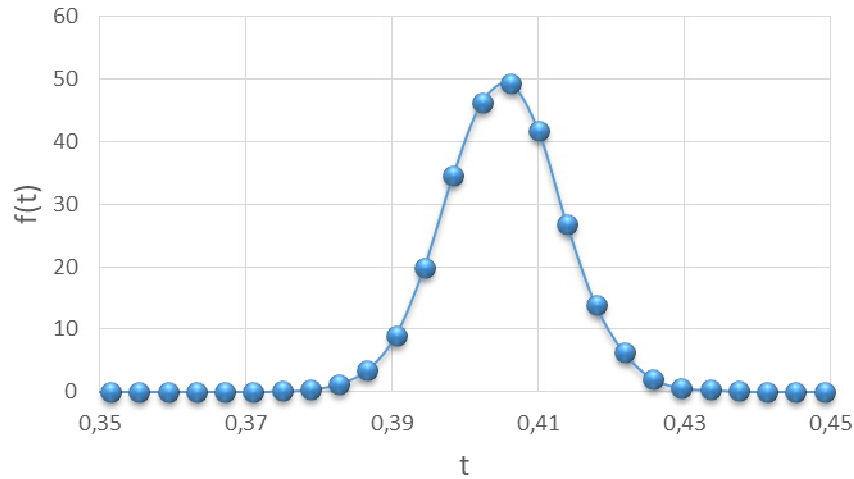


Рис. 7. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 256 * 256$ вузлів.

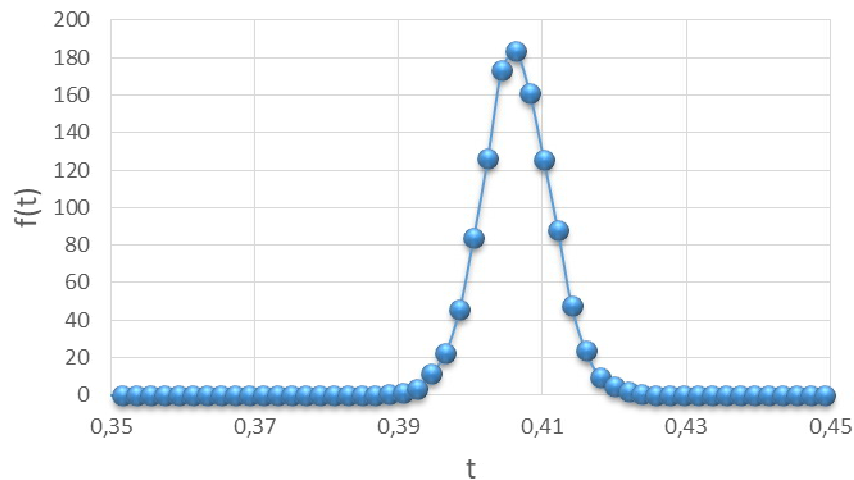


Рис. 8. Розподіл часів до відмов за результатами комп'ютерного моделювання для системи розміром $N * N = 512 * 512$ вузлів.

На рисунках 9-12 представлено логарифмічні залежності середнього значення, стандартного відхилення, коефіцієнту асиметрії і коефіцієнту ексцесу розподілів часів до відмов від розміру системи. Якщо ми можемо представити залежність параметра $\ln(Y - Y_0)$ від $\ln(t)$ у вигляді лінійної $y = ax + b$, то це буде означати степеневу залежність відповідного параметру від розміру. Логарифмічні залежності для середнього значення, стандартного відхилення, коефіцієнту асиметрії можна вважати близькими до лінійних, що говорить про степеневі залежності відповідних параметрів розподілів від розміру системи.

Залежність коефіцієнта ексцесу (рис. 12) наблизити простою функціональною залежністю не вдалося.

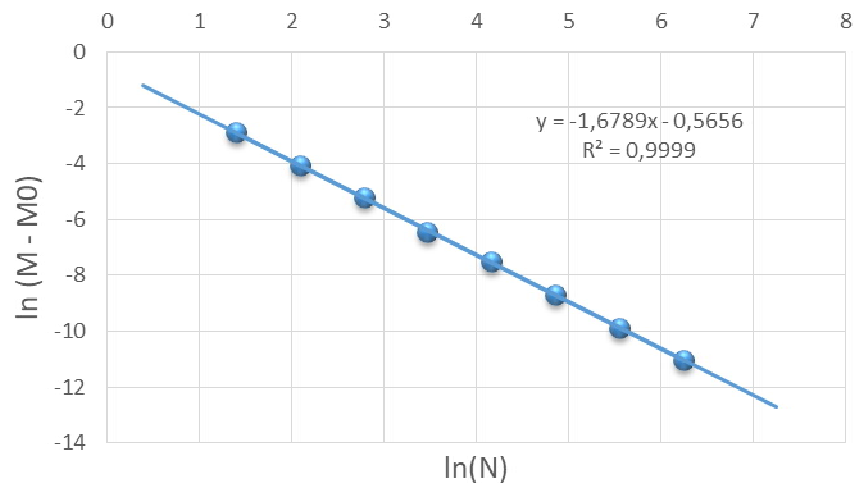


Рис. 9. Залежність логарифма різниці середнього значення розподілу часу до відмови та його асимптотичного значення 0,407225 від логарифма розміру системи.

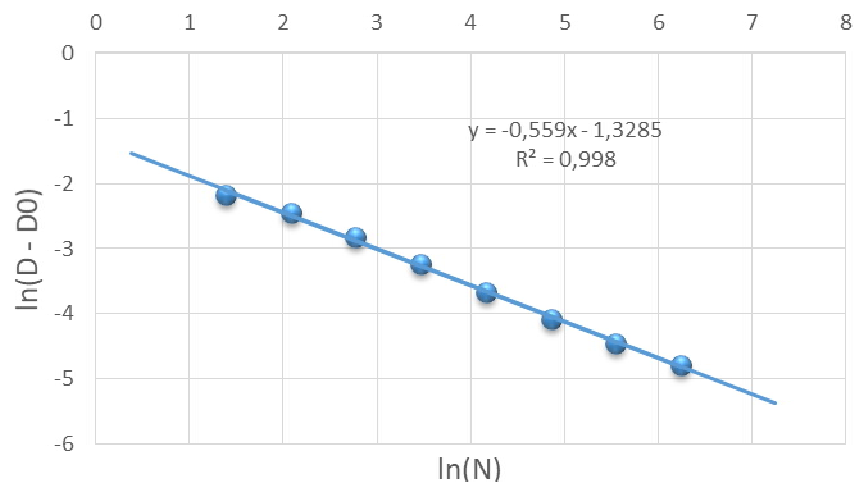


Рис. 10. Залежність логарифма різниці стандартного відхилення розподілу часу до відмови та його асимптотичного значення - 0,0035 від логарифма розміру системи.

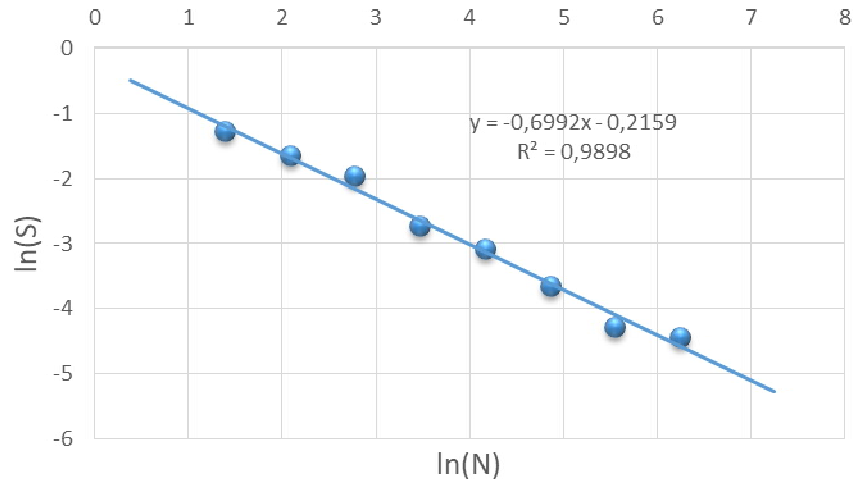


Рис. 11. Залежність логарифма коефіцієнта асиметрії розподілу часу до відмови від логарифма розміру системи.

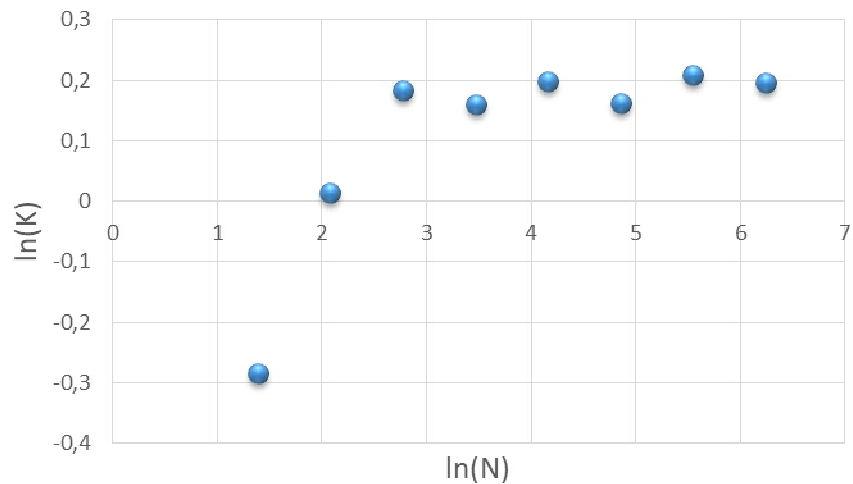


Рис. 12. Залежність логарифма коефіцієнта ексцесу від логарифма розміру системи.

Висновки

У роботі створено двовимірну комп'ютерну модель для симуляції процесу відмов у мікроелектронних системах. На основі розробленої моделі проведено серію комп'ютерних експериментів для аналізу характеристик розподілів часів до відмови у залежності від розміру модельної системи.

Отримано розмірний ефект процесу відмов – характеристики розподілів часів до відмов залежать від розміру системи:

- при зменшенні розміру системи середній час до відмови пристрою зростає.
- стандартне відхилення розподілу часів відмов зростає при зменшенні розміру системи.
- коефіцієнт асиметрії розподілу часів відмов зростає при зменшенні розміру системи.
- встановлено показникові залежності середнього часу до відмови, стандартного відхилення та коефіцієнта асиметрії розподілів часів до відмов від розміру системи.
- коефіцієнт ексцесу зменшується при зменшенні розміру системи.

Подяки

Статтю написано згідно з держбюджетною темою «Сингулярні розв'язки рівнянь математичної фізики в анізотропних і неоднорідних середовищах, моделювання процесів дифузії та абсорбції» (№ державної реєстрації 0119U100421).

Список використаної літератури:

1. Tu, K. N. *Electronic thin-film reliability* / K. N. Tu. – New York: Cambridge University Press, 2010. – 394 p.
2. Tian, T. A new physical model for life time prediction of Pb-free solder joints in electromigration tests / T. Tian, A. M. Gusak, O. Y. Liashenko, J. K. Han, D. Choi, K. N. Tu // *Electronic Components and Technology Conference (ECTC)*, 2012 IEEE 62nd. – P. 741-746.
3. Liu, H.-C. Interfacial void ripening in Cu[sbnd]Cu joints / H.-C. Liu, A. M. Gusak, K. N. Tu, C. Chen // *Materials Characterization*. – 2021, - V. 181. – P. 111459.
4. Tu, K. N. A unified model of mean-time-to-failure for electromigration, thermomigration, and stress-migration based on entropy production / K. N. Tu, A. M. Gusak // *Journal of Applied Physics*. – 2019. – V. 126. – № 7. – P. 075109.
5. Tu, K. N. Mean-Time-To-Failure Equations for Electromigration, Thermomigration, and Stress Migration / K. N. Tu, A. M. Gusak // *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*. – 2020. – V. 10(9). – P. 1427–1431.
6. Бобров, О. А. Розмірний ефект розподілу часів до відмови та часів перетворення / О. А. Бобров, М. О. Пасічний, О. Ю. Ляшенко, А. М. Гусак // *Вісник Черкаського університету. Серія Фізико-математичні науки*. – 2017. – №1. – С. 53-63.

References:

1. Tu, K. N. (2010) *Electronic thin-film reliability*. New York: Cambridge University Press.
2. Tian, T., Gusak, A. M., Liashenko, O. Y., Han, J. K., Choi, D., Tu, K. N. (2012) A new physical model for life time prediction of Pb-free solder joints in electromigration tests. *Electronic Components and Technology Conference (ECTC)*, 2012 IEEE 62nd, 741-746.
3. Liu, H.-C., Gusak A. M., Tu, K. N. Chen, C. (2021) Interfacial void ripening in Cu[sbnd]Cu joints. *Materials Characterization*, 181, 111459.
4. Tu, K. N., Gusak A. M. (2019) A unified model of mean-time-to-failure for electromigration, thermomigration, and stress-migration based on entropy production. *Journal of Applied Physics*, 126(7), 075109.
5. Tu, K. N. Gusak A. M. (2020) Mean-Time-To-Failure Equations for Electromigration, Thermomigration, and Stress Migration. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 10(9), 1427–1431.
6. Bobrov, O. A., Pasichnyy, M. O., Gusak, A. M. (2017) Rozmirnyj efekt rozpodilu chasiv do vidmovy ta chasiv peretvorennya [Dimensional effect of distribution of times before failure and times of transformation] *Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriiia "Fizyko-matematychni nauky"* – Bulletin of Cherkasy University. Series of Physical and Mathematical Sciences, 1, 53-63.

PASICHNYY Mykola,

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Chair of Physics, The Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy, Cherkasy, Ukraine,

TATARCHUK Yevhenii,

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Physics, The Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy, Cherkasy, Ukraine,

SIMULATION OF THE SIZE EFFECT IN THE PROCESS OF FAILURES OF MICROELECTRONIC DEVICES ON THE BASIS OF THE APPROACH OF PERCOLATION CLUSTER FORMATION

Summary. Introduction. A computer model was created and the failure process based on the percolation cluster approach was studied. The indicator dependences of the average time to failure, standard deviation and the asymmetry coefficient of time distributions to failures from the system size are established.

The component base of the modern microelectronic industry, the basis of which is the use of integrated circuits based on semiconductor crystals (chips), is rapidly improving and becoming more complex. The development of modern electronic devices is aimed at miniaturization and reduction of the linear dimensions of the element base of microelectronic components. During operation, there is a

degradation of components and at some point in time it leads to device failure. Common causes of failures in the operation of microelectronic devices are the failure of elements in the electrical connection of conductors due to the formation of cracks or pores due to thermal migration, electromigration, thermal stress and other phenomena. Reducing the size of electronic components leads to an increase in current density through individual elements and intensification of the processes of degradation of electrical contact. At the same time, the requirements for the reliability of electronic devices are also growing. Given the concept of miniaturization of the element base of modern electronic devices, understanding the general behavior of the characteristics of the failure process of electronic systems while reducing their size is relevant and important from an applied point of view.

Purpose. The aim of the article is to develop a computer model and statistical study of the behavior of the main characteristics of the failure process depending on the size of the system.

To study the size effect, a series of computer experiments of the model system failure process was performed and a statistical analysis of time to failures distributions was performed to establish the characteristic dependences of the main characteristics of distributions for model systems of different sizes.

Results. The computer model is based on the analysis of the possibility of electric current passing through a two-dimensional system the size of $N * N$ sites in the form of a square lattice. The main provisions of the model:

- Each site has 4 nearest neighbors.
- In the initial state, all sites of the system are filled with elements.
- Current can only flow if there are elements in two adjacent sites.
- At each iteration, remove the element from a randomly selected system site.
- The time to failure will be considered the ratio of the number of iterations to the total number of system sites, when the leading cluster between the left and right boundaries of the model system disappears.

Based on the described model, a series of computer experiments was performed and the results formed the distribution of time to failure for a model system of a certain size $N * N$ sites.

The considered model is equivalent to the problem of percolation of sites. The formation of a percolation cluster of sites of deleted elements of the model system will correspond to the time to failure.

Conclusion. A two-dimensional computer model was created to simulate the process of failures in microelectronic systems. Based on the developed model, a series of computer experiments were performed to analyze the characteristics of the distributions of time to failure depending on the size of the model system.

The size effect of the failure process is obtained - the characteristics of time distributions to failures depend on the size of the system:

- As the system size decreases, the average time to device failure increases.
- The standard deviation of the time to failure distribution increases as the system size decreases.
- The time to failure distribution asymmetry coefficient (Skewness) increases with decreasing system size.
- The dependences of the average time to failure, standard deviation and the asymmetry coefficient of time distributions to failures from the system size are established.
- The Kurtosis of time to failure distribution decreases as the size of the system decreases.

Keywords: Size effect, Time to failure, Percolation cluster.

Одержано редакцією 12.10.2021 р.
Прийнято до публікації 24.11.2021 р.