

**СЕКЦІЯ «ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»**

УДК 517.9:539.3

DOI 10.31651/2076-5886-2020-1-4-12

PACS 02.70.-c

**СТЕБЛЯНКО Павло Олексійович**,  
доктор-фізико математичних наук,  
професор, професор кафедри кібербезпеки  
та інформаційних технологій, Університет  
митної справи та фінансів  
e-mail: caf-vmi@ukr.net  
ORCID: 0000-0003-0789-4409

**ДЬОМІЧЕВ Костянтин Едуардович**,  
кандидат технічних наук, доцент,  
професор кафедри комп'ютерних наук,  
Київський міжнародний університет  
e-mail: demichevk@gmail.com  
ORCID: 0000-0002-3428-4094

**ПЕТРОВ Олександр Дмитрович**,  
доктор філософії, молодший науковий  
співробітник, Дніпровський національний  
університет ім. О.Гончара  
e-mail: caf-vmi@ukr.net  
ORCID: 0000-0001-8688-043X

**НЕЛІНІЙНА ФЕНОМЕНОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ ПОВЕДІНКИ  
ФУНКЦІОНАЛЬНО НЕОДНОРІДНИХ МАТЕРІАЛІВ**

*У роботі сформована нелінійна феноменологічна модель, яка описує властивості сплавів з пам'яттю форми та термо-псевдо-пластичну поведінку (ТППМ) матеріалу саме в точці. Використано діаграму псевдо-пружного матеріалу, що складається з трьох криволінійних ділянок. Такий підхід призводить до нестійкої діаграми напруження-деформація, і для опису термомеханічної поведінки зразків різної форми необхідно мати рішення граничної задачі з урахуванням розвитку фронту деформації фазового перетворення. При цьому враховано не тільки температуру навколишнього середовища, але і тепло, що вивільняється в точці при фазовому переході. Розроблено числову процедуру розрахунку діаграми матеріалу, яка представляє собою криву, що огинає сімейство діаграм матеріалу, побудованих для певних законів зміни швидкості фронту розриву деформації. Побудовано інтегральну діаграму матеріалу, який знаходиться під впливом складного навантаження.*

**Ключові слова:** феноменологічна модель, нелінійна модель матеріалу, матеріали з пам'яттю форм, термо-псевдо-пластичність, числова процедура розрахунку діаграми.

**Вступ**

На даний час відомий цілий ряд моделей для опису термомеханічної поведінки функціонально неоднорідних матеріалів, зокрема сплавів з пам'яттю форми (СПФ) [3; 4]. Більшість з них будуються на підставі класичних уявлень, тобто ставлять собі за мету безпосередньо описати експериментальні дані, отримані на різних макрозразках при простому і складному навантаженні. Однак, як встановлено в експериментальних дослідженнях, поведінка матеріалу в точці тіла в загальному випадку може бути

відмінною від поведінки зразка в цілому [5].

**Мета роботи** сформулювати **нелінійну** феноменологічну модель, яка описує властивості сплавів з пам'яттю форми та термо-псевдо-пластичну поведінку (ТППМ) матеріалу саме в точці.

### Виклад основного матеріалу

Для опису пружної деформації і деформації фазового перетворення скористаємося діаграмою псевдо-пружного матеріалу, що складається з трьох **криволінійних** ділянок. Таке трактування призводить до нестійкої діаграми напруження-деформація і для описання термомеханічної поведінки зразків різної форми необхідно мати рішення граничної задачі з урахуванням розвитку фронту деформації фазового перетворення.

При цьому будемо враховувати не тільки температуру навколишнього середовища, але і тепло, що вивільняється в точці при фазовому переході. Таке трактування дозволило з єдиної позиції сформулювати нелінійну феноменологічну модель і описати цілий ряд експериментальних даних на різних зразках при різних умовах навантаження, включаючи циклічне температурне і силовий вплив. Встановлено конкретні залежності для механічних параметрів. Показано, що межа розділу фаз рухається з постійною для обраної температури швидкістю. Підтверджено, що класичні діаграми матеріалів представляють собою криву, що огинає сімейство діаграм матеріалу в точці, яке побудовано для певних законів зміни швидкості фронту розриву деформацій.

Узагальнена залежність між напруженням  $\sigma$  і деформацією  $\varepsilon$ , в матеріальній точці моделюється кривою, що зображена на рисунку 1. При побудові такої діаграми задаються точки  $(\sigma_M, \varepsilon_M)$ ,  $(\sigma_m, \varepsilon_m)$  і функції  $\varepsilon = \psi_i(\sigma)$ ,  $i=1, 2, 3$ .

Змінна деформація фазового перетворення визначається, як різниця

$$\varepsilon_T = \psi_3(\sigma) - \psi_1(\sigma). \quad (1)$$

Функції  $\psi_i(\sigma)$  діаграми мають задовольняти наступним вимогам:

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= 0, \psi_1(\sigma_M) = \varepsilon_M, \psi_1'(\sigma_M) > 0, \\ \psi_2(\sigma_M) &= \varepsilon_M, \psi_2(\sigma_m) = \varepsilon_m, \psi_2'(\sigma) < 0, \\ \psi_3(\sigma_m) &= \varepsilon_m, \psi_3'(\sigma) > 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Поле переміщень в зразку повинно бути неперервним

$$u(x) = \begin{cases} \psi_3(\sigma)x, & 0 \leq x < s, \\ \psi_1(\sigma)x + \varepsilon_T, & s \leq x < L. \end{cases}$$

Відповідний кусково-однорідний розподіл деформації в стрижні дається формулою

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \psi_3(\sigma), & 0 \leq x < s, \\ \psi_1(\sigma), & s \leq x < L. \end{cases}$$

Залежність між збільшенням довжини  $u(L) = \delta$  стрижня і напруженням визначається виразом

$$\delta = \psi_3(\sigma)s + \psi_1(\sigma)(L-s). \quad (3)$$

Тут через  $s$  позначено границю розділу фаз.

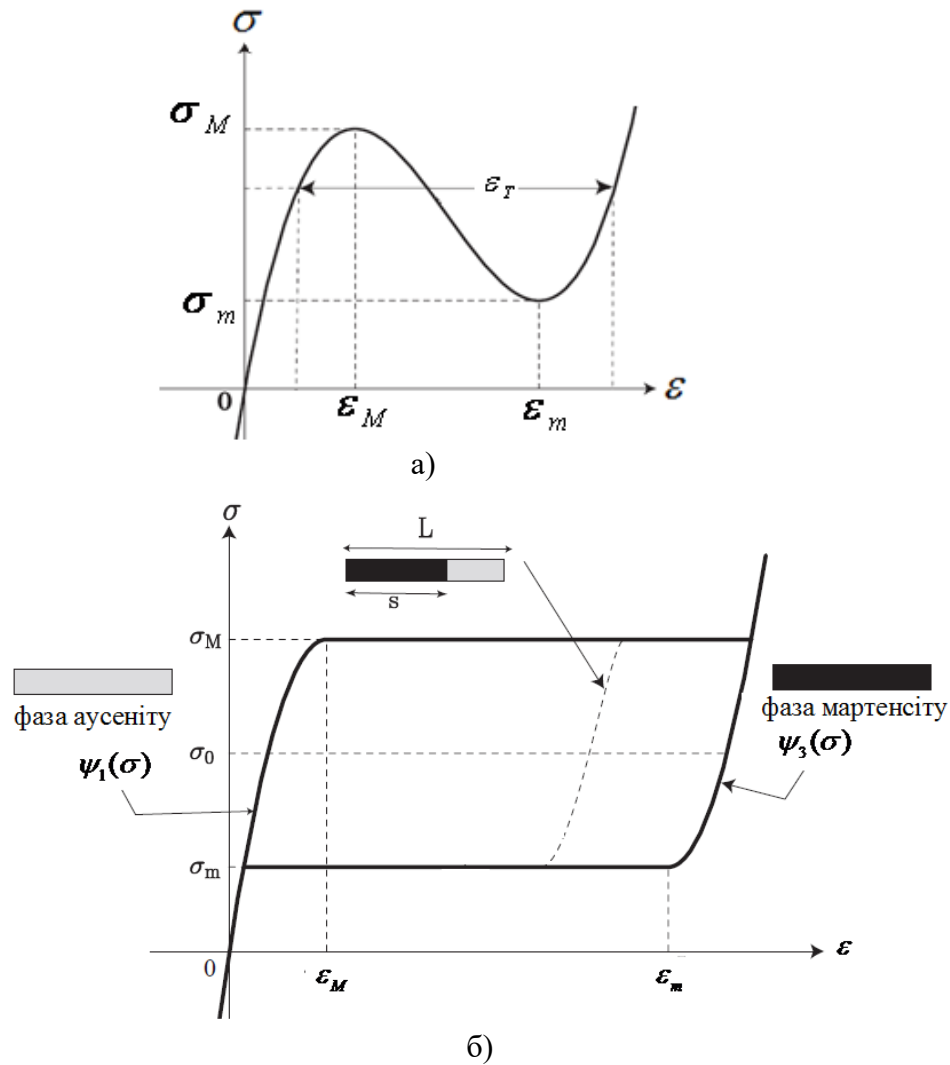


Рисунок 1. Крива напруження-деформація для двофазного матеріалу

Взагалі рівняння (3) дає змогу визначити сімейство  $\delta(\sigma, s)$ . Якщо  $\delta$  задано, то можна знайти напруження  $\sigma$ , розв'язуючи відповідно до умов (2) крайову задачу нелінійної пружності. При цьому з виразу (3) не можна одразу визначити  $\sigma$ , оскільки невідомо положення границі розділу фаз. Для однозначного розв'язання цієї задачі необхідно мати допоміжну інформацію окрім рівняння (2.3), фізичних співвідношень  $\epsilon = \psi_i(\sigma)$ ,  $i=1, 2, 3$ , граничних умов і вимог до гладкості. Перераховані рівняння достатні при відсутності нестійких ділянок діаграми, для звичайних еластичних матеріалів, для яких напруження монотонно зростає зі збільшенням деформації.

Порушення однозначності виникає в (3), якщо задано  $\sigma$ , а не  $\delta$ . В цьому випадку проблема вирішується шляхом введення поняття рушійної сили  $f$ . Вона визначається так

$$f(\sigma) = \int_{\sigma_0}^{\sigma} \epsilon_T(\sigma) d\sigma. \quad (4)$$

Тут  $\sigma_0 = (\sigma_M + \sigma_m)/2$  – напруження Максвелла. Оскільки напруження у стані рівноваги в змішаній фазі повинно знаходитися між  $\sigma_m$  і  $\sigma_M$ , то діапазон можливих значень рушійної сили буде таким  $f \in [f_m, f_M]$ .

Розглянемо допоміжну задачу, в якій треба визначити функції часу  $\sigma = \sigma(t)$ ,  $s = s(t)$ ,  $\delta = \delta(t)$ .

Похідна за часом від залежності (3) дає наступне нелінійне рівняння

$$\dot{\delta} = \varepsilon_T \dot{s} + (\varepsilon_T'(\sigma)s + \psi_1'(\sigma)L)\dot{\sigma}. \quad (5)$$

Тут точкою позначено похідні за часом, а штрихом похідні по напруженню  $\sigma$ .

В результаті з (5) в загальному випадку дотичний модуль діаграми зразка можна визначити так

$$\frac{d\sigma}{d\delta} = \frac{1 - \varepsilon_T(\sigma)\dot{s}/\dot{\delta}}{\psi_1'(\sigma)L + \varepsilon_T'(\sigma)s}.$$

При його обчисленні треба попередньо визначити функції  $\sigma = \sigma(t)$ ,  $s = s(t)$ . Для розв'язання цієї задачі до рівняння (5) слід додати функцію кінетичного відгуку  $\dot{s} = \Phi(f)$  (рисунок 2) і вираз для рушійної сили (4), який можна представити так

$$f(\sigma) = \int_{\sigma_0}^{\sigma} [\psi_3(\sigma) - \psi_1(\sigma)] d\sigma. \quad (6)$$

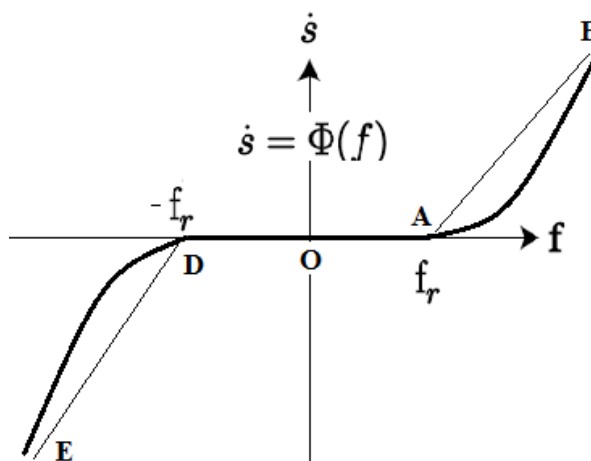


Рисунок 2. Схематичний графік нелінійної функції кінетичного відгуку.

Для триланкового двофазного матеріалу зі змінними модулями пружності і відповідно змінною трансформаційною деформацією  $\varepsilon_T$  на основі наведених вище формул (5) і (6) можна записати залежності між напруженням і збільшенням довжини пружного зразка, а також для рушійної сили.

Рівняння першої ділянки діаграми для  $\varepsilon \in [0; \varepsilon_M]$ ,  $\sigma \in [0; \sigma_M]$ , має вигляд

$$\varepsilon(\sigma) = \psi_1(\sigma). \quad (7)$$

Рівняння діаграми на ділянці  $\varepsilon \in [\varepsilon_m; \infty)$ ,  $\sigma \in [\sigma_m; \infty)$ , має вигляд

$$\varepsilon(\sigma) = \psi_3(\sigma).$$

Зазначимо, що час протікання процесу на другій ділянці  $\varepsilon(\sigma) = \psi_2(\sigma)$  значно менший у порівнянні з перебігом деформування на першій та третій ділянках. Тому будемо вважати, що фазове перетворення протікає миттєво.

В задачах механіки, де вивчається поведінка матеріалів, в яких мають місце фазові переходи, для побудови фізичних співвідношень між напруженням та

деформацією необхідно додатково знати положення в зразку фронту фазового переходу  $s = s(t)$  (рисунок 2) і функцію кінетичного відгуку  $\dot{s} = \Phi(f)$ .

Розглянемо випадок, коли функція кінетичного відгуку  $\dot{s} = \Phi(f)$  буде мати вигляд, представлений на рисунку 2. Ця функція може бути задана аналітично.

$$\dot{s} = \begin{cases} 0; f \in [0; f_r]; \\ \dot{s}_0 + \omega(f - f_r)^n. \end{cases} \quad (8)$$

На першій ділянці (до фазового переходу)  $\dot{s} \equiv 0; s \equiv 0$ . В силу цього рівняння (5) набуде вигляд

$$\dot{\delta} = \psi_1'(\sigma) L \dot{\sigma}.$$

Звідси отримаємо формулу для обчислення дотичного модуля на першій ділянці діаграми

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \delta} = \frac{1}{\psi_1'(\sigma) L}.$$

На третій ділянці (після фазового переходу) рівняння (5) з урахуванням (8) прийме вигляд

$$\dot{\delta} = \varepsilon_T(\sigma) \left[ \dot{s}_0 + \omega(f - f_r)^n \right] + \frac{\varepsilon_T'(\sigma) s + \psi_1'(\sigma) L \dot{f}}{\varepsilon_T} f. \quad (9)$$

$$s = \dot{s}_0(t - t_r) + \omega \int_{t_r}^t (f - f_r)^n d\tau.$$

В результаті з (9) отримаємо наступну інтегро-диференціальну систему рівнянь відносно рушійної сили

$$s = \dot{s}_0(t - t_r) + \omega \int_{t_r}^t (f - f_r)^n d\tau. \quad (10)$$

$$\dot{f} = \frac{\varepsilon_T(\sigma)}{\varepsilon_T'(\sigma) s + \psi_1'(\sigma) L} \left[ \dot{\delta} - \varepsilon_T(\sigma) (\dot{s}_0 + \omega(f - f_r)^n) \right].$$

Для випадку трилінійного двофазного матеріалу з однаковими модулями пружності результати отримані в роботах [6-8].

З метою спрощення подальшого запису введемо позначення

$$F = f - f_r$$

В результаті формули системи (10) перепишемо так

$$\dot{F} = \Phi(F; s), s = \dot{s}_0(t - t_r) + \omega \int_{t_r}^t F(\tau)^n d\tau, \quad (11)$$

$$\Phi(F; s) = \frac{\varepsilon_T(\sigma)}{\varepsilon_T'(\sigma) s + \psi_1'(\sigma) L} \left[ \dot{\delta} - \varepsilon_T(\sigma) (\dot{s}_0 + \omega F^n) \right].$$

На першій ділянці (до фазового переходу)  $\dot{s} \equiv 0; s \equiv 0; t \in [0; t_r]$ . З формул (9) і (10) отримаєм

$$\dot{\sigma} = \frac{\mu_1}{L} \dot{\delta} \Rightarrow \sigma = \frac{\mu_1}{L} \dot{\delta} \cdot t,$$

$$\dot{f}(\sigma) = (k\sigma + b)\dot{\sigma} = \left( \frac{k\mu_1\dot{\delta}}{L}t + b \right) \frac{\mu_1}{L} \dot{\delta}.$$

Інтегруючи останній вираз, отримаємо

$$f(t) = k \left( \frac{\mu_1 \dot{\delta}}{L} \right)^2 \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{b\mu_1 \dot{\delta}}{L} \cdot t,$$

$$t \in [0; t_r], f(0) = 0, f(t_r) = f_r < f_M.$$

На другій ділянці систему рівнянь (11) будемо розв'язувати чисельно при наступних умовах

$$s(t_r) = 0, F(t_r) = 0.$$

Для цього введемо сітку за часом і зробимо позначення

$$t_p = t_{p-1} + \tau, p = 1; 2; 3; \dots; t_0 = t_r,$$

$$s^p = s(t_p), F^p = F(t_p),$$

$$\Phi^p = \Phi(F^p, s^p), \varepsilon_T^p = \varepsilon_T(F^p).$$

В результаті диференціальне рівняння та інтеграл (11) можна замінити еквівалентними різницеvim рівняннями і сумою. Звідси отримаємо розрахункові формули, для рушійної сили  $F$

$$F^p = F^{p-1} + \tau \cdot \Phi(F^p, s^p), s^p = p \cdot s_0 \cdot \tau + \omega \cdot J^p,$$

$$J^p = J^{p-1} + \frac{\tau}{2} (F^{p-1} + F^p), J^0 = 0, F^0 = 0. \tag{12}$$

Результати розрахунків по обчисленню дотичного модуля на кожному кроці інтегрування за часом для інтегральної діаграми матеріалу наведено нижче на рисунку 3.

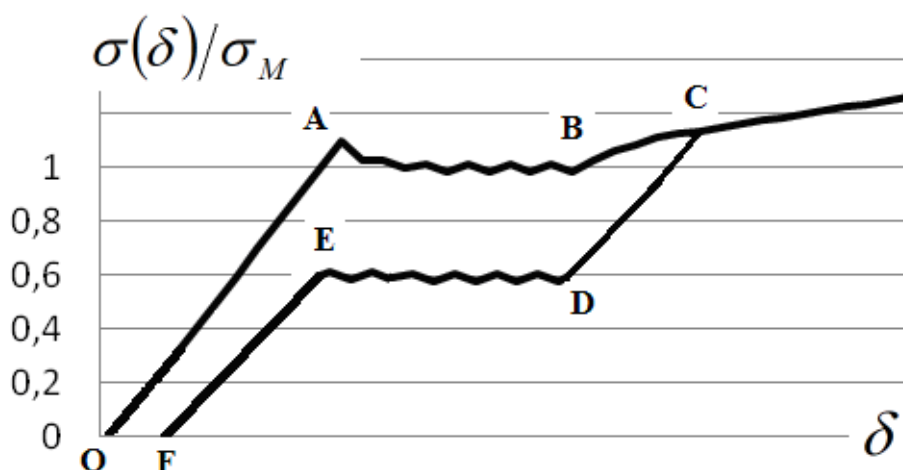


Рисунок 3. Інтегральна діаграма матеріалу

Перша ділянка інтегральної діаграми матеріалу, OA, відповідає пружній поведінці. Третя, BC, характеризує зміцнення матеріалу. Між ними міститься ділянка,

яка нагадує поведінку ідеально пластичного матеріалу. Аналогічні ділянки мають місце і при розвантаженні CDEF, але при визначених температурах.

Деформація в матеріальній точці представляється у вигляді суми пружною складовою; стрибка деформації при фазовому переході; пластичної деформації, яка підпорядковується теорії течії з кінематичним і трансляційним зміцненням; деформації, викликані температурними змінами. При цьому передбачається, що властивості матеріалу залежать від температури.

### Висновки

Експериментально встановлено, що поведінка матеріалу в точці тіла в загальному випадку відрізняється від поведінки зразка в цілому. У роботі формулюється нелінійна феноменологічна модель для опису властивостей матеріалу саме в точці. Для опису пружної деформації і деформації фазового перетворення використовувалася діаграма псевдопружного матеріалу, що складається з трьох нелінійних ділянок. Таке трактування теорії призводить до нестійкої діаграми напруження-деформація і вимагає рішення граничної задачі з урахуванням розвитку фронту деформації перетворення. Це дозволило з позиції запропонованої нелінійної моделі матеріалу описати ряд експериментальних даних на різних зразках при різних умовах навантаження. Розроблено числову процедуру розрахунку діаграми матеріалу, яка представляє собою криву, що огинає сімейство діаграм матеріалу, побудованих для певних законів зміни швидкості фронту розриву деформацій. Це дозволило записати визначальні співвідношення між швидкостями напружень та деформацій в універсальній формі та застосувати до розв'язання конкретних нелінійних задач термо-псевдо-пружно-пластичності відомі методи.

### Список використаної літератури:

1. Ивлев, Д. Д. Теория упрочняющегося пластического тела / Д. Д. Ивлев, Г. И. Быковцев. – Москва: Наука, 1971. – 232 с.
2. Стеблянюк, П. А. Методы расщепления в пространственных задачах теории пластичности / П. А. Стеблянюк – Киев: Наукова думка, 1998. – 304 с.
3. Abeyaratne, R. Evolution of phase transitions / R. Abeyaratne, J. K. Knowles – Cambridge University Press, 2006. – 258 p.
4. Shaw, J. A. Thermomechanical aspects of NiTi. / J. A Shaw, S. Kyriakides – Mechanics and Physics of Solids, 1995. – No 43, p.1243-1281.
5. Shaw, J. A. On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy / J. A Shaw, S. Kyriakides – Acta Materialia, 1997. – No 45, p. 683-700.
6. Petrov, A. Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-pseudoelastic-plasticity / A. Petrov, Yu. Chernyakov, P. Steblyanko, K. Demichev, V. Haydurov – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25-33.
7. Steblyanko, P. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / P. Steblyanko, Y. Chernyakov, A. Petrov, V. Loboda – Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205-208.
8. Петров, О. Д. Комп'ютерне моделювання поведінки стрижня з трилінійного двофазного матеріалу при розтягуванні / О.Д. Петров – Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання; матеріали статей МНПК (ISBN 978-617-7468-26-3) – 2018. – Івано-Франківськ. – 2018. – С. 234–237.

### References:

1. Ivlev, D. D., Bikovtsev, G. I. (1971). The theory of a strengthened plastic body. – Moskva: Nauka. [in Russian]
2. Steblyanko, P. A. (1998). Methods of decomposition in space problems of the theory of plasticity. – Kyiv: Naukova dumka. [in Russian]
3. Abeyaratne, R., Knowles, J. K. (2006). Evolution of phase transitions. – Cambridge University Press.
4. Shaw, J. A., Kyriakides, S. (1995). Thermomechanical aspects of NiTi. J. Mechanics and Physics of Solids 43, 1243-1281.

5. Shaw, J. A., Kyriakides, S. (1997). On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy. *Acta Materialia*.
6. Petrov, A., Chernyakov, Yu., Steblyanko, P., Demichev, K., Haydurov, V. (2018). Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-pseudoelastic-plasticity. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*.
7. Steblyanko, P., Chernyakov, Y., Petrov, A., Loboda, V. (2019). Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag.
8. Petrov, A. D. (2018). Computer modeling of the shearing behavior of trilinear two-phase material during stretching. *Information Technologies and Computer Modeling; materials of articles Annual Intern. Scientific.* [in Ukrainian]

**STEBLYANKO Pavel,**

Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor of Department of Cybersecurity and Information Technology, University of Customs and Finance, Ukraine

**DOMICHEV Konstantin,**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Department of Computer Science, Kyiv International University, Ukraine

**PETROV Alexander,**

Doctor of Philosophy (PhD), Junior Researcher, Department of Theoretical and Computer Mechanics Dnieper National University Named After Oles Honchar, Ukraine

**NONLINEAR PHENOMENOLOGICAL MODEL OF BEHAVIOR OF FUNCTIONALLY HETEROGENEOUS MATERIALS**

**Summary. Introduction.** *In this work formed a nonlinear phenomenological model of describing the properties of alloys with shape memory and thermopseudo-plastic behavior of the material exactly at the point. A diagram of pseudo-elastic material consisting of three curvilinear sections is used. Such approach leads to unstable stress-strain diagram and in order to describe thermo-technical behavior of samples of different shapes it is necessary to have a solution to the boundary problem taking into account the development of phase transformation deformation front. In this case, not only the ambient temperature but also heat is released at the point of phase transition.*

*In mechanics problems, where the behavior of materials in which phase transitions take place, to build physical relations between stress and strain, it is necessary to additionally know the position in the body of the front of the phase transition and the function of kinetic response. We consider the case when this function will have the form of a polyline consisting of two linear segments and a more general case with a nonlinear second segment, for which the second linear segment of the previous model will be an asymptote. This combined line can be set analytically, which allowed to build a more precise algorithm of problem solving.*

*A numerical procedure has been developed for calculating a material diagram, which is a curve that bends around a family of material diagrams constructed for certain laws of change in the velocity of the deformation rupture front. The integral diagram of the material is constructed, which is under the influence of a complex load.*

*For a two-phase material consisting of three curvilinear sections with different modulus of elasticity and, correspondingly, variable transformational strain on the basis of the proposed model, the dependence between the stress, length increase of the sample and the driving force is recorded. At reception of calculated formulas of the refined model the auxiliary problem connected with development of an instant thermomechanical surface on the given coordinates of four points has been considered. At active loading the total thermomechanical surface of pseudo-elastic material consists of three separate surfaces. This is the surface of the elastic part, the surface where deformations caused by phase transformation are jumping and the part of the surface for which the material continues to behave elastically (after phase transition) and then passes into the plastic state. Similarly, the thermomechanical surface is defined during unloading.*

**Purpose.** *The aim of this work is to form a nonlinear phenomenological model that describes the properties of alloys with shape memory and thermopseudoplastic behavior (TPPM) of a point material.*

**Results.** *A nonlinear phenomenological model is formed in the paper to describe the properties of the material at the point. A diagram of a pseudoelastic material consisting of three nonlinear*



sections was used to describe the elastic deformation and the deformation of the phase transformation. A numerical procedure for calculating a material diagram has been developed, which is a curve enveloping a family of material diagrams constructed for certain laws of change in the velocity of the deformation rupture front.

**Conclusion.** It is experimentally established that the behavior of the material at a point in the body in the General case differs from the behavior of the sample as a whole. The paper formulates a nonlinear phenomenological model to describe the properties of the material at the point. A diagram of a pseudoelastic material consisting of three nonlinear sections was used to describe the elastic deformation and the deformation of the phase transformation. This interpretation of the theory leads to an unstable stress-strain diagram and requires a solution of the boundary value problem taking into account the development of the transformation deformation front. This allowed from the standpoint of the proposed nonlinear model of the material to describe a number of experimental data on different samples under different loading conditions. A numerical procedure for calculating a material diagram has been developed, which is a curve enveloping a family of material diagrams constructed for certain laws of change in the velocity of the deformation rupture front. This allowed us to record the defining relations between the rates of stresses and strains in a universal form and to apply the known methods to solve specific nonlinear problems of thermo-pseudo-elastic-plasticity [1; 2].

**Keywords:** phenomenological model, nonlinear model of material, materials with shape memory, thermo-pseudo-plasticity, numerical procedure of diagram calculation.

Одержано редакцією 04.03.2020 р.  
Прийнято до публікації 27.04.2020 р.

УДК 519.854

DOI 10.31651/2076-5886-2020-1-12-22

PACS 02.70.Wz

**LUKIANOV Petro,**  
PhD in Physics and Mathematics, Senior  
Researcher, Associate Professor, Department  
ASOIU, Faculty of Information and  
Computer Techniks, NTU “KPI”  
e-mail: luk\_ptr@yahoo.com  
ORCID: 0000-0002-7584-1491

**MUKHA Iryna,**  
PhD in Technical Sciences, Associate  
Professor, Deputy Head of the Department  
ASOIU, Faculty of Information and  
Computer Techniks, NTU “KPI”  
e-mail: mip\_kpi@gmail.com  
ORCID: 0000-0002-4423-5106

## BOOLEAN FUNCTION “EXCLUSIVE OR” FOR THE N VARIABLES

This paper proposes a new Boolean function – “exclusive OR” for case of  $n$  Boolean variables. The definition of this function is given; its basic properties are studied. In particular, it is established (theorem) that the “exclusive OR” of  $n$  variable is a symmetric function with respect to the permutation of arguments, and in the case  $n = 2$  coincides with the “exclusive OR”. For the cases  $n = 3; 4$ , a disjunctive normal form (DNF), perfect disjunctive normal form (PDF), minimal disjunctive normal form are constructed. In particular, in the case of  $n = 3$ , three equal minimal disjunctive normal forms were found using the Quine method. It is established that the conjunctive normal form, the perfect conjunctive normal form and the minimized conjunctive normal form coincide with the definition of the “exclusive OR” of  $n$  variable. For the cases  $n = 3; 4$ , Zhegalkin polynomials are constructed, which are of the order of one lower than PDF. Post classification performed. It is established that the