Results and conclusion. *As already mentioned, the proposed model for calculating turbulent heat fluxes and the total turbulent stress tensor, as, indeed, any other model of this class, is very difficult to operate. For this reason, such models, despite all their positive qualities, can hardly be recommended for use in engineering practice. In connection with this, the author made a systematic simplification of the original complete model. All variants of simplification were verified by test calculations of the problems solved by the full model. Simplification was very significant. Thus, in particular, a simplified version of the model for calculating mixed convection on a vertical surface contains only four parabolic differential equations and three ordinary ones. Calculations of friction and heat transfer fully correspond to the calculations for the full model. Ordinary differential equations in this case are solved by the simplest method of broken lines and, in fact, reduce to algebraic relations. We note that the complete model contains 11 parabolic differential equations.*

Одержано редакцією 30.08.2018 р.
Прийнято до публікації 21.11.2018 р.

УДК 519.6:004.8

DOI 10.31651/2076-5886-2019-1-26-33

PACS 02.60.-x, 02.60.Pn, 02.70.Wz

ІЛЬЯХОВА Наталія Олександрівна
студентка Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: ilyahova.nata@gmail.com
ORCID 0000-0003-0737-514X

КРАСНОШЛИК Наталія Олександрівна
кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри прикладної математики та інформатики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: wlik007@ukr.net
ORCID 0000-0003-4661-6997

БАГАТОРОЙОВИЙ АЛГОРИТМ MULTI-SWARM OPTIMIZATION ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ БІНАРНОЇ КЛАСИФІКАЦІЇ

У роботі розглянуто багаторойовий алгоритм оптимізації частинок (Multi-Swarm Optimization Algorithm) для розв'язування задач глобальної оптимізації, який відноситься до метаевристичних методів. Метою даної роботи є реалізація та дослідження даного алгоритму при розв'язувані задач оптимізації, а також його застосування до розв'язування задач бінарної класифікації. Проведено порівняльний аналіз та досліджено ефективність алгоритму при знаходженні глобального мінімуму деяких тестових функцій. Описано постановку задачі бінарної лінійної класифікації. Для мінімізації функціоналу похибки при побудові класифікатора використано багаторойовий алгоритм MSO та метод стохастичного градієнтного спуску.

Ключові слова: *багаторойовий алгоритм оптимізації частинок, алгоритм MSO, задача оптимізації, задача бінарної класифікації*

Постановка проблеми

У сучасних умовах в науці і техніці існує стійка тенденція, пов'язана з необхідністю розв'язання широкого спектру практичних задач в оптимізаційній постановці. Для цього застосовуються досить різноманітні методи, але далеко не всі з поставлених задач можуть бути розв'язані з використанням традиційних підходів. Умовно існуючі методи розв'язання задач глобальної оптимізації можна розділити на детерміновані та стохастичні, тобто такі, що характеризуються організацією пошуку з відсутністю або наявністю псевдовипадкових елементів. Особливе місце серед стохастичних методів посідають методи, які ґрунтуються на імітації природних процесів та реалізують адаптивний випадковий пошук.

Метод багаторойової є варіацією методу оптимізації роєм частинок (PSO). При цьому метод MSO розширює можливості оптимізації роєм частинок, використовуючи кілька роїв імітованих частинок, а не один рій. MSO є метаевристичним методом, що означає, що ця методика є набором принципів проектування, які можуть бути використані для побудови конкретного алгоритму для розв’язання конкретної задачі оптимізації.

Виклад основного матеріалу

1. Класичний багаторойовий алгоритм оптимізації MSO

Задача безумовної глобальної оптимізації формулюється як задача мінімізації цільової функції $f(x)$ в просторі пошуку D:

$$f(x) \to \min, X \in D = \{x \in R^d\}, \quad (1)$$

де область D – дійсний гіперкуб з розмірністю *d*, *X* – векторний аргумент цільової функції $f(x)$, а її глобальний мінімум досягається у точці X^*.

У методі MSO рій частинок являє собою сукупність точок-розв’язків, які переміщаються у просторі в пошуках глобального мінімуму. При переміщенні частинки намагаються покращити знайдений ними раніше розв’язок і при цьому обмінюються інформацією зі своїми сусідами.

З роєм частинок також асоціюється множина векторів їх швидкостей

$$V = \{v_1, v_2, ..., v_s\}, \quad (2)$$

Ключова операція в MSO – обчислення нової швидкості для частинки. На нову швидкість для даної частинки впливає поточна швидкість, поточний стан, найкраще відоме положення частинки, найкраще відоме положення будь-якої частинки в тому ж рої, що і частинка, і найкраще відоме положення будь-якої частинки в будь-якому рої.

$$\begin{aligned} v_{ij}^{'} &= wv_{ij} + c_1 r_1 \left(p_{ij} - x_{ij}\right) + c_2 r_2 \left(g_j - x_{ij}\right), \\ x_{ij}^{'} &= x_{ij} + v_{ij,}^{'} \end{aligned} \quad (3)$$

де $v_i^{'}$ і $x_i^{'}$ – нові швидкість і положення *i*-ої частинки; p_i – найкраще положення, знайдене цією частинкою раніше (personal best); s – найкраще положення будь-якої частинки в рої; *g* – найкраще положення, знайдене всім роєм (global best); c_1, c_2, c_3 – відповідно когнітивний, соціальний та глобальний коефіцієнти; r_1, r_2, r_3 – рівномірно розподілені випадкові числа з інтервалу [0, 1]. У формулі (3) передбачається, що час між оновленнями стану частинок роя $\Delta t = 1$.

Значення коефіцієнта *w* відіграє важливу роль і визначає компроміс між дослідженням і локалізацією в просторі пошуку. При $w \geq 1$ швидкість частинки збільшується і рій «розходиться». При $w < 1$ частинки сповільнюються до тих пір, поки швидкість не стане рівною нулю. Таким чином, великі значення w сприяють дослідженню простору пошуку, а малі – локалізації розв’язку. Однак, занадто малі значення w позбавляють рій здатності досліджувати простір пошуку. Чим менше w, тим більший вплив когнітивної та соціальної компоненти. Як і інші параметри, оптимальне значення w проблемно-орієнтоване, тобто обирається для конкретної задачі. Якщо в процесі оптимізації частинка виходить за межі простору пошуку, відбувається обнулення відповідних компонент її швидкості, а сама частинка повертається до найближчої границі.

Величини вагових коефіцієнтів у (3) обираються наступні

$$1 < c_1, c_2, c_3 \le 2\,, \tag{4}$$

що забезпечує збіжність методу.

Для підтримання балансу між локальним і глобальним пошуком, чисельні значення коефіцієнтів c_1 і c_2, як правило, обираються рівними. У більшості випадків найкращі результати і стабільність пошуку отримують при $c = 0.5 + \ln 2 \approx 1.19$. У MSO мало досліджень константи c_3, тому зазвичай використовують значення 0.36.

Рій володіє пам'яттю про найкращі розв'язки, знайдені його окремими частинками і всім роєм в цілому. Під час ініціалізації початкові позиції частинок вважаються найкращими. На кожній наступній ітерації алгоритму MSO індивідуальні кращі позиції кожної частинки і найкраще положення g, знайдене всім роєм оновлюються за правилами

$$\begin{cases} p_i = x_i, \textit{якщо}\ f(x_i) < f(p_i), \\ g = p_i, \textit{якщо}\ f(p_i) < f(g). \end{cases} \tag{5}$$

2. Модифікації алгоритму MSO

Існує кілька способів зміни базового алгоритму MSO. Один із можливих варіантів полягає у тому, щоб час від часу знищувати випадково вибрану частинку, а потім народжувати нову частинку замість неї. Для цього можна згенерувати випадкове значення між 0 і 1, і зберегти його у q. Якщо дане випадкове значення менше 0.005, то поточна частинка повторно створюється, знищуючи поточну частинку і народжуючи нову частинку у випадковому місці.

Інший варіант модифікації MSO – моделювати імміграцію, періодично беручи дві частинки у різних роях і обмінюючи їх. Одна частинка ефективно проникає в поточний рій, а інша частка емігрує з рою.

3. Реалізація та дослідження алгоритму MSO

Багаторойовий алгоритм MSO був реалізований у середовищі MATLAB R2012b. Проведено дослідження бгаторойового алгоритму MSO для розв'язання задачі (1) з використанням різних значень параметрів N (кількість ітерацій) і k – кількість роїв, розмірність простору пошуку d = 2. При цьому алгоритм застосовувався до кожної функції 10 разів, а отримане значення усереднювалося. Одержані результати наведено у табл. 1.

Було проведено порівняння класичного алгоритму оптимізації роєм частинок та досліджуваного багаторойового алгоритму оптимізації частинок. Отримані результати свідчать, що у більшості випадків найкраще метод MSO виконує пошук глобального мінімуму при виконанні великої кількості ітерацій та невеликій розмірності простору пошуку. Метод MSO показав кращі результати для всіх тестових функцій, крім функцій Растрігіна і Швефела, оскільки пошуковий алгоритм має тенденцію застрявати в одному із локальних оптимумів та збігатися в неправильному напрямку. Порівняльний аналіз результатів роботи класичного алгоритму PSO та MSO показав, що алгоритм MSO показав кращі результати на більшості функцій.

4. Розв'язання задачі бінарної класифікації з використанням алгоритму MSO

Розглянемо задачу бінарної класифікації, коли множина можливих значень відповідей складається з двох елементів: $Y = \{-1, +1\}$. Сукупність об'єктів, які мають однакову відповідь, називають класом. Потрібно встановити належність об'єктів вибірки до одного з двох класів, тобто класифікувати їх.

Щоб побудувати лінійний класифікатор необхідно:

- обрати функціонал похибки, тобто задати спосіб визначення якості роботи того чи іншого алгоритму на навчальній вибірці;
- побудувати сімейство алгоритмів, тобто множину алгоритмів, з якої потім буде обиратися найкращий з точки зору певного функціоналу похибки;
- задати метод навчання, тобто визначити спосіб вибору кращого алгоритму з побудованого сімейства алгоритмів.

Таблиця 1

Результати обчислювальних експериментів

Тестова функція, точний розв'язок	N = 50			N = 100		
	k = 2	k = 3	k = 5	k = 2	k = 3	k = 5
1. Сферична функція $f(x)=\sum_{i=1}^{d} x_i^2$, $f(X^*)=0$	6.79e-18	8.74e-20	3.79e-20	4.89e-20	8.96e-21	4.22e-20
2. Функція Швефела $f(x)=\sum_{i=1}^{d}\left(\sum_{j=1}^{i} x_j\right)^2$, $f(X^*)=0$	1.13e-18	5.50e-21	4.73e-20	0.0244	3.54e-06	1.28e-10
3. Функція Розенброка $f(x)=\sum_{i=1}^{d-1}[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(1-x_j)^2]$, $f(X^*)=1$	0.0366	5.95e-08	1.45e-07	1.5687	1.0032	2.89e-14
4. Функція Растрігіна $f(x)=\sum_{i=1}^{d}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$, $f(X^*)=0$	0	0	0	0.8791	0.0257	3.52e-04
5. Функція Алпайна $f(x)=\sum_{i=1}^{d}\left\|x_i \sin x_i + 0.1x_i\right\|$, $f(X^*)=0$	3.49e-10	2.35e-10	5.96e-11	0.0019	1.85e-02	3.51e-06

Лінійні класифікатори повинні повертати бінарне значення, а отже у якості результату можна обирати знак наступного виразу:

$$a(x)=sign(w_0+\sum_{j=1}^{d} w_j x^j), \tag{6}$$

де w_0 – вільний коефіцієнт, x^j – ознака об'єкта, w_j – ваговий коефіцієнт для відповідної ознаки, d – кількість об'єктів.

Вираз $\langle w,x\rangle=0$ є рівнянням деякої площини у просторі ознак. При цьому для точок по одну сторону від цієї площини скалярний добуток $\langle w,x\rangle$ буде додатнім, а з іншого – від'ємним. Таким чином, лінійний класифікатор проводить площину у просторі ознак і відносить об'єкти по різні боки від неї до різних класів (рис. 1).

Для задачі лінійної класифікації природний спосіб визначити якість того чи іншого алгоритму полягає в обчислені для об'єктів навчальної вибірки частки неправильних відповідей:

$$Q(a,x) = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}[a(x_i) \neq y_i], \qquad (7)$$

де l – кількість об'єктів, y_i – відповідь для даного об'єкта.

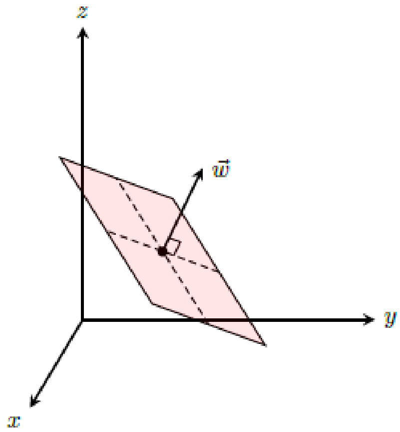

Рис. 1 Геометричний зміст лінійного класифікатору [4]

Вираз (7) можна переписати для випадку лінійної класифікації у наступному вигляді:

$$Q(a,x) = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}[y_i \langle w, x_i \rangle < 0] = \sum_{i=1}^{l}[M_i < 0]. \qquad (8)$$

Функція, що стоїть під знаком суми, називається пороговою функцією втрат [4]. Використовуючи будь-яку гладку оцінку порогової функції:

$$[M_i < 0] \leq \tilde{L}(M_i)$$

можна побудувати оцінку $\tilde{Q}(a,x)$ для функціонала похибки $Q(a,x)$:

$$Q(a,x) \leq \tilde{Q}(a,x) = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\tilde{L}(M_i) \to \min_a. \qquad (9)$$

У роботі для побудови лінійного класифікатора будемо використовувати логістичну функцію втрат:

$$\tilde{L}(M) = \log_2(1 + \exp(-M)). \qquad (10)$$

В цілому існує декілька основних алгоритмів оптимізації, що застосовуються в машинному навчанні для мінімізації функціонала похибки. У даній роботі застосуємо розглянутий алгоритм багаторойової оптимізації MSO. У MSO кожна частинка має позицію, яка відповідає набору значень w-вагів, а рій – це набір частинок, які рухаються так, як визначає групова поведінка, наприклад, зграї птахів. MSO підтримує декілька роїв одночасно, що взаємодіють один з одним, на відміну від PSO, де використовується один рій.

Для задачі бінарної класифікації використовували наступні набори даних:

– Задача про виживання Хабермана. Дана вибірка містить результати дослідження про виживання пацієнтів, які перенесли операцію з видалення пухлини молочної залози. Вона складається з 200 об'єктів з 4 ознаками: вік пацієнта в момент операції, рік проведення операції, кількість виявлених пухлин та ознаку виживання (1 : пацієнт прожив 5 років і більше, –1 : пацієнт помер протягом 5 років).

– Задача ідентифікації скла. Дана вибірка містить 71 об'єкт з 10 ознаками: показник заломлення, вміст натрію, магнію, алюмінію, кремнію, калію, кальцію, барію, заліза, та ознаку типу скла (1 : термополіроване скло, –1 : не термополіроване скло).

– Задача визначення виду квітів ірису. Дана вибірка містить 98 об'єктів з 5 ознаками, серед яких довжина та ширина чашолистка, довжина та ширина пелюстки, і вид відповідної квітки (1 : іріс Сетоза, –1 : іріс Версиколор).

Кожен набір даних розбивався на навчальну та тестову вибірки у співвідношенні 75% : 25%. На навчальній виборці знайдемо вагові коефіцієнти w шляхом мінімізації функції втрат. Для навчання класифікатора застосуємо метод MSO, який використовує 10 роїв, кожний з 30 частинками. При цьому отримано наступні значення вагових коефіцієнтів: задача виживання Хабермана w =(-0.5530; -0.0133; 0.0334; -0.0463); задача ідентифікації скла w =(-0.8577; -2.2800; -0.4369; 1.1402; -1.8115; 0.0359; -0.6912; 0.7864; 1.9194; -1.2079); задача визначення виду квітів ірису w =(5.0000; -0.5710; 5.0000; 5.0000; -5.0000).

Також для навчання бінарного класифікатора використовували класичний метод PSO та метод стохастичного градієнтного спуску. Для оцінки якості класифікатора обраховували долю правильних відповідей на тестовій виборці. Отримані результати представлено у табл. 2.

Таблиця 2

Доля правильних відповідей на тестовій виборці

Метод для навчання	Виживання Хабермана (4 ознаки)	Ідентифікація скла (10 ознак)	Іриси (5 ознак)
1. MSO	72%	62%	98%
2. Класичний PSO	72%	50%	97%
3. Стохастичний градієнтний спуск	70%	50%	98%

Результати обчислювальних експериментів підтверджують ефективність та доцільність використання алгоритму MSO для мінімізації функціоналу похибки при побудові бінарного лінійного класифікатора по логістичній регресії.

Висновки

У роботі розглянуто багаторойовий алгоритм оптимізації частинок та його модифікації для розв'язування задач глобальної оптимізації. Досліджено залежність ефективності даного алгоритму від кількості ітерацій, розмірності простору пошуку та кількості роїв. Проведено порівняльний аналіз багаторойового алгоритму MSO при знаходженні глобального мінімуму тестових функцій.

Розглянутий алгоритм застосовано для мінімізації функціоналу похибки при побудові бінарного лінійного класифікатора. Отримані результати свідчать про ефективність застосування багаторойового алгоритму MSO для даної задачі. Таким чином, доцільно застосовувати алгоритм MSO до задач машинного навчання та здійснювати його подальше вдосконалення.

Список використаної літератури:

1. Гальченко В. Я. Популяционные метаэвристические алгоритмы оптимизации роем частиц: Учебное

пособие / В. Я. Гальченко, А. Н. Якимов. – Черкассы: ФЛП Третяков А. Н., 2015. – 160 с.
2. Скобцов Ю. А. Метаэвристики : монография / Ю. А. Скобцов, Е. Е. Федоров. – Донецк: Изд-во «Ноулидж» (Донецкое отделение), 2013. – 426 с.
3. Матренин П. В. Методы стохастической оптимизации: учебное пособие / П. В. Матренин, М.Г. Гриф, В. Г. Секаев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 67 с.
4. Конспект лекции «Линейные модели: статистический взгляд» [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Електронні дані. – [Курс «Обучение на размеченных данных»]. – Режим доступу: https://www.coursera.org/learn/supervised-learning/supplement/Dw3Ws/konspiekt (дата звернення 01.03.2017) – Назва з екрана.
5. Карпенко А. П. Обзор методов роя частиц для задачи глобальной оптимизации (Particle Swarm Optimization) / Карпенко А.П., Селиверстов Е.Ю.-Сетевое издание «Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана»
6. Презентация «Машинное обучение (Machine Learning). Регрессионные модели», Уткин Л.В., Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.
7. Методы стохастической оптимизации: учебное пособие / П. В .Матренин, М. Г. Гриф, В. Г. Секаев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 67 с.
8. James McCaffrey Test Run – Multi-Swarm Optimization [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. Режим доступу: https://msdn.microsoft.com/ru-ru/magazine/dn385711
9. Классификация по логистической регрессии с помощью оптимизации на основе нескольких роев частиц [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. Режим доступу: https://msdn.microsoft.com/ru-ru/magazine/dn890377.aspx
10. Machine Learning Repository [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. Режим доступу: https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.html

Bibliography:

1. Galchenko V. Ya. Population metaheuristic algorithms for optimizing the swarm of particles: Textbook / V. Ya. Galchenko, A. N. Yakimov. – Cherkasy: FLP Tretyakov A.N., 2015. – 160 p.
2. Skobtsov Yu. A. Metaheuristics: monograph / Yu. A. Skobtsov, EE Fedorov. – Donetsk: Publishing house "Knolidzh" (Donetsk branch), 2013. – 426 p.
3. Matrenin P. V. Methods of stochastic optimization: textbook / P.V. Matrenin, M.G. Grif, V.G. Sekaev. – Novosibirsk: Publishing house of NSTU, 2016. – 67 p.
4. Lecture notes: "Linear models: statistical view" [Electronic resource]: [Web site]. – Electronic Data. – [Course "Training on marked data"]. – Access mode: https://www.coursera.org/learn/supervised-learning/supplement/Dw3Ws/konspiekt (the date of the zombie date is 03/01/2017) – The name of the screen.
5. Review of particle swarm methods for the problem of global optimization (Particle Swarm Optimization) / Karpenko A. P., Seliverstov E. Yu. – Network publication "Science and Education: a scientific publication of the MSTU. N.E. Bauman»
6. Presentation «Machine Learning (Machine Learning). Regression models ", L.V. Utkin, St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great.
7. Methods of stochastic optimization: a tutorial / P.V. Matrenin, M.G. Grief, V.G. Sekaev. – Novosibirsk: Publishing house of the NSTU, 2016. – 67 p.
8. James McCaffrey Test Run – Multi-Swarm Optimization: [Web site]. Access mode: https://msdn.microsoft.com/en-us/magazine/dn385711
9. Classification by logistic regression using optimization based on multiple particle swarms [Electronic resource]: [Web site]. Access mode: https://msdn.microsoft.com/en-us/magazine/dn890377.aspx
10. Machine Learning Repository: [Web site]. Access mode: https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.html

ILYAKHOVA Nataliya,
student, The Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy
KRASNOSHLYK Nataliya,
PhD, Senior Lecturer, The Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy

MULTI-SWARM OPTIMIZATION ALGORITHM AND ITS APPLICATION FOR SOLVING BINARY CLASSIFICATION

Summary. Introduction. *In modern conditions in science and technology, there is a steady trend associated with the need to solve a wide range of practical problems in an optimization setting. To do this, there are quite a variety of methods used, but not all of the tasks can be solved using traditional approaches. Conditionally existing methods for solving global optimization problems can* *be divided into deterministic and stochastic ones, that is, those characterized by an organization of search with the absence or presence of pseudorandom elements. A special place among stochastic methods is the methods based on the simulation of natural processes that implement an adaptive random search.*

Multiplayer Optimization (MSO) is a method for evaluating solutions to complex or impossible numeric tasks. This is a variation of particle swarm optimization. Regular models of particle swarm optimization, such as in groups of birds and flocks of fish. MSO expands the optimization of the swarm of particles using several swarms of simulated particles, and not one swarm.

MSO can be applied to several machine learning scenarios, such as estimating the values of weight and displacement for an artificial neural network, or assessing the weight of weak students in ensemble classification and prediction. MSO is meta-verbal, which means that this technique is a set of design principles that can be used to construct a specific algorithm for solving a specific optimization problem.

Purpose. *Comparative analysis of MSO algorithm and its modifications for solving optimization problems and linear classification problem.*

Results*. The paper deals with a multi-swarm algorithm for particle optimization and its modification for solving global optimization problems. The dependence of the efficiency of this algorithm on the number of iterations, the size of the search space and the number of swarms are investigated. A comparative analysis of the multi-swarm MSO algorithm has been carried out in finding the global minimum of test functions.*

The presented methods are used to minimize the error functionality when constructing a binary linear classifier. The obtained results testify to the efficiency of the application of the multi-swarm MSO algorithm for this task. Therefore, it is advisable to apply the MSO algorithm for machine learning tasks and to further improve it.

Conclusion. *This article examines the multi-swarm particle optimization algorithm and its modifications for solving global optimization related to metaheuristic methods, and applications for solving binary linear classification problems is considered. The purpose of this work is to conduct a comparative analysis of the multi-swarm algorithm of MSO and its modifications for solving optimization problems. A comparative analysis was carried out and the efficiency of the algorithm was investigated in finding the global minimum of some test functions. The formulation of the problem of binary linear classification is described. To minimize the functional error in constructing classifiers, a multi-swarm MSO algorithm with modifications and stochastic gradient takeoff method was used.*

Keywords: *multi-swarm optimization algorithm, MSO algorithm, optimization problem, the problem of binary classification.*

Одержано редакцією 24.05.2018 р.
Прийнято до публікації 19.09.2018 р.

УДК 519.6:323.2

DOI 10.31651/2076-5886-2019-1-33-41

МОРГУН Микола Геннадійович
аспірант кафедри прикладної математики та інформатики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: mykolamorhun4edu@gmail.com
ORCID 0000-0002-5520-3302

ІЄРАРХІЧНА САМОПОДІБНА МОДЕЛЬ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ ВЛАДИ В СУЧАСНОМУ СУСПІЛЬСТВІ

У статті пропонується самоподібна модель сучасного суспільства для прогнозування перерозподілу влади в результаті виборів. Наведений алгоритм роботи моделі для подальшого комп'ютерного аналізу.

Ключові слова: *модель, влада, вибори, суспільство.*